



فیزیک

پایه دوازدهم

رهپویان  
دانش و اندیشه

حرکت دایره ای

مفاهیم حرکت دایره ای (ویژه رشته ریاضی)

مدرس: نیما نوروزی



## دوره:

زمانی که طول می کشد تا ذره روی مسیر دایره‌ای یک دوره کامل را طی کند، دوره نامیده می شود. دوره را با نماد  $T$  نمایش می دهند و یکای آن در SI ثانیه است.

اگر جسمی در حرکت دایره‌ای خود در مدت  $t$  ثانیه  $n$  دور کامل بزند دوره آن از رابطه زیر بدست می آید:

$$T = \frac{t}{n}$$

\* دوره عقربه ثانیه شمار برابر 60 ثانیه، دوره عقربه دقیقه شمار برابر 60 دقیقه و دوره عقربه ساعت شمار برابر 12 ساعت است.



می‌توان بیان کرد در حرکت دایره‌ای یکنواخت که با تندی  $v$  بر روی دایره‌ای به شعاع  $r$  انجام می‌گیرد، ذره محیط دایره  $(2\pi r)$  را در زمان  $T$  طی می‌کند پس در رابطه دیگری برای دوره داریم:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v}$$

\* در حرکت دایره‌ای یکنواخت، ذره در بازه‌های زمانی برابر مسافت‌های یکسانی را طی می‌کند.

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$$



## بسامد:

تعداد دورهای کامل ذره را در یک ثانیه بسامد (فرکانس) می‌نامند. بسامد را با نماد ( $f$ ) نمایش می‌دهند. با توجه به اینکه تعریف بسامد برعکس دوره می‌باشد برای رابطه آن داریم:

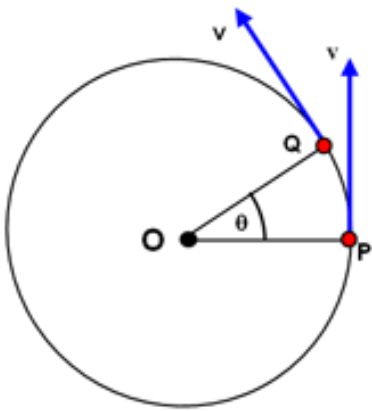
$$f = \frac{1}{T}$$

\* یکای بسامد  $\frac{1}{s}$  و یا هرتز (Hz) است.

## شتاب مرکز گرا:

در حرکت دایره‌ای یکنواخت، اندازه سرعت ثابت است اما جهت آن دائماً تغییر می‌کند. به همین دلیل حرکت دایره‌ای، حرکتی شتاب‌دار است.

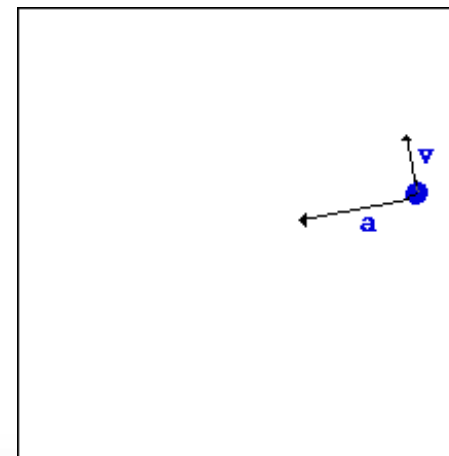
همان طور که می‌دانیم با توجه به رابطه  $\mathbf{a}_{av} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$  می‌توانیم نتیجه‌گیری کنیم که جهت شتاب متوسط همواره با جهت تغییر سرعت یکسان است.



در حالتی که بازه زمانی خیلی کوچک انتخاب می‌شود، جهت  $\Delta \vec{v}$  به طرف مرکز دایره خواهد بود. پس جهت شتاب لحظه‌ای نیز به طرف مرکز خواهد بود. به همین دلیل به آن شتاب مرکز‌گرا گویند.

شتاب مرکز‌گرا از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$



\* با ترکیب رابطه شتاب مرکز گرا و دوره داریم:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \xrightarrow{v = \frac{2\pi r}{T}} a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$



**تست:** پره یک هلیکوپتر با سرعت 90 دور در دقیقه می چرخد، اگر قطردایره‌ای که لبه پره طی می کند، 4 متر باشد، تندی لبه پره چند متر بر ثانیه است؟

- (1) 8      (2) 9       $6\pi$       (3)  $12\pi$
- (4)

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow[t=90]{t=1\text{min}=60\text{s}} T = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}\text{s}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} \xrightarrow[r=\frac{d}{2}=\frac{4}{2}=2\text{m}]{T=\frac{2}{3}\text{s}} \frac{2}{3} = \frac{2\pi \times 2}{v} \Rightarrow v = 6\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$12\pi$

(3

$6\pi$  ✓

9 (2

8 (1

(4

**تست:** طول عقربه دقیقه‌شمار یک ساعت دیواری 2 برابر طول عقربه ساعت‌شمار است، تندی نوک عقربه دقیقه‌شمار چند برابر تندی نوک عقربه ساعت‌شمار است؟ (حرکت عقربه‌ها یکنواخت فرض شده است.)

(1) 6                      (2) 12                      (3) 24                      (4)

48

$$\frac{v_m}{v_h} = \frac{r_m}{r_h} \times \frac{T_h}{T_m} \rightarrow \frac{v_m}{v_h} = 2 \times 12 = 24$$

24 (3



12 (2

6 (1

48 (4



**تست:** ذره‌ای در هر دقیقه 6 بار مسیری به شکل دایره به محیط 12 متر را به طور یکنواخت طی می‌کند، اندازه شتاب مرکزگرای ذره چند متر بر مجذور ثانیه است؟  
( $\pi$  ; 3)

$$\frac{25}{6}$$

$$(3$$

$$\frac{18}{25}$$

$$(2\frac{18}{5}$$

$$\frac{6}{5}(1$$
  
$$(4$$

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow[n=6]{t=60s} T = \frac{60}{6} = 10s$$

$$L = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{L}{2\pi} = \frac{12}{2 \times 3} = 2m$$

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4 \times 9 \times 2}{100} = \frac{18 \text{ m}}{25 \text{ s}^2}$$

$$\frac{25}{6}$$

(3

$$\frac{18}{25}$$



$$(2\frac{18}{5}$$

$$\frac{6}{5}(1$$

(4

**تست:** میل‌لنگ یک خودرو که قطر محور آن 6cm است در هر دقیقه 4000 دور می‌چرخد، تندی نقطه‌ای روی لبه محور این میل‌لنگ چند m/s است؟ (3 ;  $\pi$ )

(4

10 (3

24 (2

12 (1

0/009

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow[n=4000]{t=60s} T = \frac{60}{4000} = \frac{3}{200} \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(0/03)}{\frac{3}{200}} = \frac{2\pi(0/03) \times 200}{3} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

10 (3

24 (2

12 (1 ✓

0/009 (4



**تست:** چه تعداد از عبارتهای زیر درست بیان شده است؟

الف) در حرکت دایره‌ای یکنواخت مسافت پیموده شده در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی بطور یکنواخت افزایش می‌یابد.

ب) دوره حرکت یک ذره تعداد دوره‌های کامل ذره در مدت زمان یک ثانیه است.

پ) در حرکت دایره‌ای یکنواخت بردار سرعت ثابت ولی بردار شتاب ممکن است تغییر کند.

ت) در حرکت دایره‌ای یکنواخت، نقاطی که به مرکز دایره نزدیک‌تر باشد در هر دوره مسافت کمتری را می‌پیمایند.

1 (1 ✓

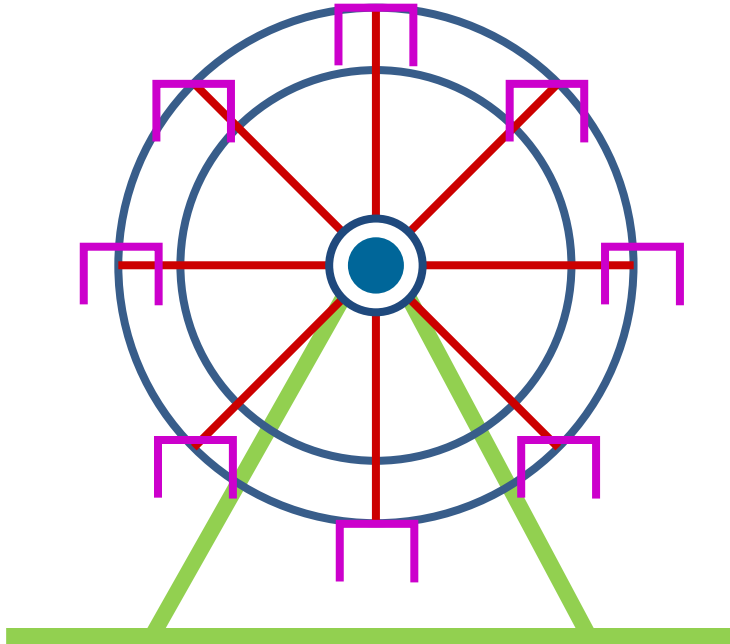
2 (2

3 (3

4 (4

(کانون فرهنگی آموزش - قلم‌چی)

**تست:** یک چرخ و فلک همانند شکل زیر با دوره  $\frac{8\pi}{3}s$  به طور یکنواخت می‌چرخد، در مدت  $2s$  مسافتی که سرنشینان آن طی می‌کنند چند متر است؟  
 ( $r = 8m$ )



24 (2)

12 (1)

10 (4)

18 (3)

پاسخ:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \xrightarrow[r=8\text{m}]{T=\frac{8\pi}{3}\text{s}} \frac{8\pi}{3} = \frac{2\pi \times 8}{v} \Rightarrow v = 6\text{m/s}$$

$$L = v\Delta t \xrightarrow[\Delta t=2\text{s}]{v=6\frac{\text{m}}{\text{s}}} L = 6 \times 2 \Rightarrow L = 12\text{m}$$

18 (3

24 (2

12 (1 ✓

10 (4

**تست:** ذره‌ای در حال حرکت یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $r=2\text{m}$  در صفحه  $xoy$  است، اگر بردار شتاب آن در  $SI$  در یک لحظه  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$  باشد، تندی آن چند متر بر ثانیه است؟

- (1) 5      (2) 10       $\sqrt{5}$       (3)  $\sqrt{10}$
- (4)



$$\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{ar} \xrightarrow[r=2\text{m}]{a=5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$v = \sqrt{5 \times 2} = \sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$\sqrt{10}$  ✓ (3

$\sqrt{5}$

10 (2

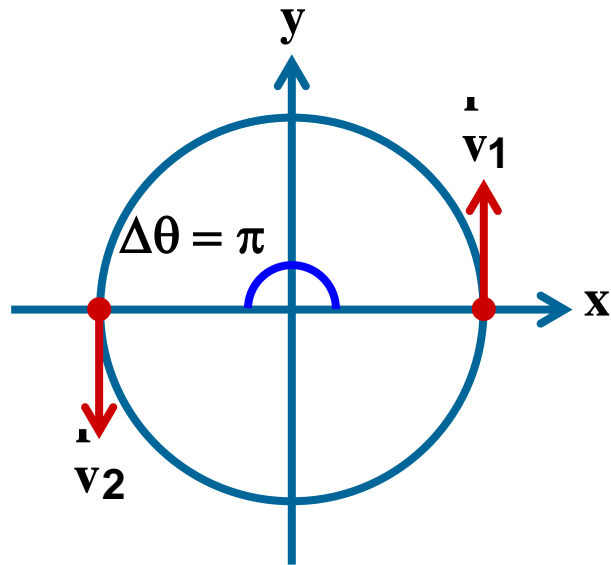
5 (1

(4

**تست:** گلوله‌ای به جرم  $m$  با تندی  $v$  مسیر دایره‌ای شکل به شعاع  $r$  را طی می‌کند، بزرگی تغییر تکانه گلوله در مدت نصف دوره کدام است؟

- (1) صفر (2)  $mv$  (3)  $2mv$  (4)  $\frac{4mv}{2}$  ✓

پاسخ:



$$\begin{aligned}\Delta \vec{p} &= m\Delta \vec{v} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \\ &= m(-v\hat{j} - v\hat{j}) = -2mv\hat{j}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow |\Delta p| = 2mv$$

**تست:** ذره‌ای حرکت دایره‌ای یکنواخت در صفحه  $xOy$  در جهت پادساعتگرد انجام می‌دهد و دوره حرکتش  $4s$  است. اگر در لحظه‌ای بردار شتاب ذره  $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$  باشد،  $1/5$  ثانیه بعد، بردار شتاب ذره کدام است؟ (اندازه‌ها در SI

می‌باشد)

$$\begin{array}{llll} 2\sqrt{2}\vec{j} & -2\sqrt{2}\vec{j} & (2\vec{i} + 2\vec{j}) & -2\vec{i} + 2\vec{j} \end{array}$$

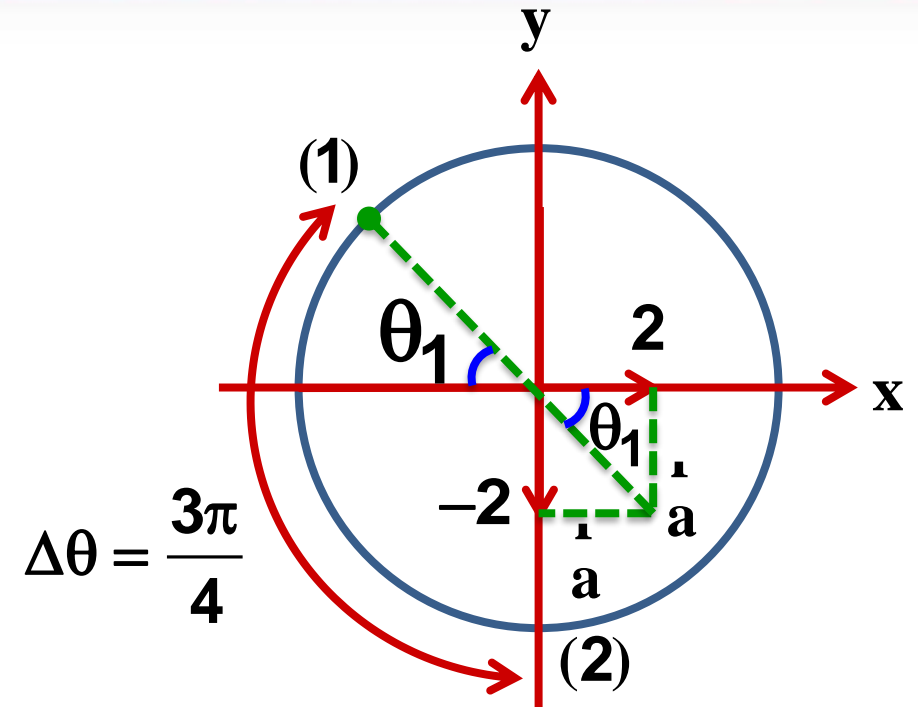
( 4

$$\mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r} \Rightarrow |\mathbf{a}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\tan \theta_1 = \left| \frac{a_y}{a_x} \right| = \left| \frac{-2}{2} \right| = 1 \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{T} \Delta t \xrightarrow[\Delta t = 1/5 \text{ s}]{T = 4 \text{ s}} \Delta\theta = \frac{2\pi}{4} \times 1/5$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{\pi}{2} \times 1/5 = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$$



$\mathbf{\dot{r}} = \mathbf{\dot{r}} + \mathbf{\dot{r}}$ $2\sqrt{2}\mathbf{j}$	$\mathbf{\dot{r}} = -\mathbf{\dot{r}} + \mathbf{\dot{r}}$ $-(2\sqrt{2}\mathbf{j})$
---	---

(4)

(3)



# رهپویان

## دانش و اندیشه

